

FOSSATI Déborah 1G4

Épreuve trimestrielle

EXERCICE 1 4 points

Dans la suite, on se place dans un repère orthonormé.

- 1) La droite passant par $A(2;3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(-2;5)$ a pour équation :
☐ $-2x + 5y = 0$ ☐ $2x + 3y - 11 = 0$ ☐ $-2x + 5y - 11 = 0$
- 2) Soit (C) le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$, compléter :
☐ Le centre est de coordonnées :
☐ Son rayon est
- 3) Les droites $(d) : 4x + 10y - 9 = 0$ et $(d') : 5x - 2y - 1 = 0$ sont
☐ parallèles. ☐ perpendiculaires. ☐ sécantes.
- 4) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$, avec $A(-1; -2)$ et $B(3;0)$.
☐ $\mathcal{C}$ a pour équation $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$.
☐ $D(0;3) \in \mathcal{C}$
☐ $\mathcal{C}$ a pour équation $x^2 + y^2 - 2y - 9 = 0$.
- 5) Avec $A(2;3)$ $B(3;0)$ et $C(-1;2)$, une équation de la hauteur issue de A est :
☐ $2x - y + 1 = 0$ ☐ $-2x + y + 1 = 0$ ☐ $x - 2y + 4 = 0$

EXERCICE 2 5 points**Partie A**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [1; 4]$ par :

$$f(x) = \frac{5x - 2}{2x + 1}$$

1. Établir que : $\forall x \in I \quad f'(x) = \frac{9}{(2x + 1)^2}$
2. En déduire les variations de f sur I puis dresser son tableau de variations complet sur cet intervalle.
3. En déduire les variations de la suite (u_n) définie par $u_n = f(n)$.

Partie B

Soit (w_n) la suite définie de manière implicite par son premier terme $w_0 = 4$ et par la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad w_{n+1} = \frac{5w_n - 2}{2w_n + 1}$$

1. Justifier que (w_n) est bornée et en donner un majorant et un minorant.
 En déduire que (w_n) est positive.
2. Établir que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad w_{n+1} - w_n = \frac{-2(w_n - 1)^2}{2w_n + 1}$
 En déduire le sens de variation de (w_n) .

EXERCICE 3 4 points

Toutes les questions sont indépendantes.

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $10e^x - 5xe^x = 0$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $(e^x - 1)(e^{-x} + 3) > 0$
- 3) Avec f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 7)e^{2x-1}$ et g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + 7$.
 a) Montrer que $f(x) - g(x) = (x + 7)(e^{2x-1} - 1)$.
 b) Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
 c) En déduire la position relative des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

EXERCICE 4 4 points

Une roue de loterie se compose de secteurs identiques de trois couleurs différentes : rouge, blanc et vert.

Un joueur fait tourner la roue devant un repère fixe ; chaque secteur a la même probabilité de s'arrêter devant ce repère.

- Si le secteur repéré est rouge, le joueur gagne 16€ ;
- Si le secteur repéré est blanc, il perd 12€ ;
- Si le secteur repéré est vert, il lance une seconde fois la roue :
 - Si le secteur repéré est rouge, il gagne 8€ ;
 - S'il est blanc, il gagne 2€ ;
 - S'il est vert, il ne gagne rien et ne perd rien.

La roue se compose de trois secteurs rouges, quatre secteurs blancs et d'un secteur vert.

1. Schématiser l'expérience aléatoire que constitue une partie de ce jeu à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le gain algébrique du joueur.

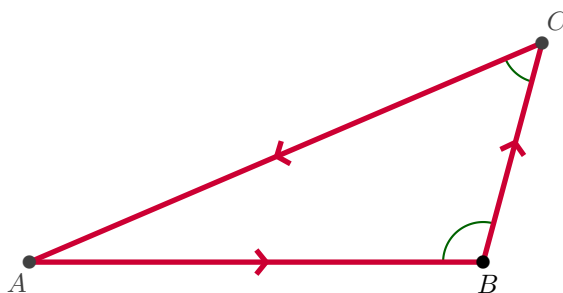
a) Justifier que $P(X = 2) = \frac{1}{16}$.

b) Recopier et compléter le tableau suivant, appelé loi de probabilité de la variable aléatoire X . Aucune justification n'est demandée.

Valeurs x_i prises par X	-12	0	2	8	16
Probabilités $P(X = x_i)$			$\frac{1}{16}$		

c) Calculer l'espérance mathématique de X puis interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 5 3 points



On modélise le parcours d'une régate (course de voiliers) par le triangle ABC .

Départ en A , $AB = 2 \text{ km}$, $BC = 1 \text{ km}$ et $\widehat{ABC} = 105^\circ$

1) Montrer que la longueur totale du parcours arrondi au mètre près est 5457 m.

2) Calculer l'angle $\widehat{BCA}$ au degré près que doit choisir le skipper en C pour revenir en A .